

**Компонент ОПОП 44.03.05 Педагогическое образование  
(с двумя профилями подготовки)  
Направленность (профиль) Математика. Физика  
Б1.В.01.04**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**Дисциплины  
(модуля)**

**Методика решения задач повышенной сложности по математике**

---

Разработчик:  
Иванчук Наталья Васильевна,  
доцент кафедры высшей  
математики и физики,  
канд. пед. наук, доцент

Утверждено на заседании кафедры  
высшей математики и физики  
протокол № 5 от 27.02.2025

Заведующий кафедрой  
высшей математики и физики



---

B.B. Левитес

## 1. Критерии и средства оценивания компетенций и индикаторов их достижения, формируемых дисциплиной (модулем)

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора(ов) достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)			Оценочные средства текущего контроля	Оценочные средства промежуточной аттестации
		Знать	Уметь	Владеть		
<b>ПК-1</b> Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	<b>ИД-1опк-8</b> Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в том числе в предметной области <b>ИД-2опк-8</b> Проектирует и осуществляет учебно-воспитательный процесс с опорой на знания предметной области, психолого-педагогические знания и научно-обоснованные закономерности организации образовательного процесса	<ul style="list-style-type: none"> <li>– основные типы задач повышенной сложности;</li> <li>– методы и способы решения основных типов задач повышенной сложности;</li> <li>– разнообразные формы, приемы, методы и средства обучения, в том числе по индивидуальным учебным планам, в рамках федеральных государственных образовательных стандартов основного общего образования и среднего общего образования</li> <li>– основные типы задач с параметрами;</li> <li>– методы решения основных типов задач с параметрами;</li> <li>– методику обучения учащихся решению школьных задач с параметрами</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– реализовывать учебные программы элективных курсов;</li> <li>– решать основные типы задач, предлагавшихся на школьных, районных и городских олимпиадах,</li> <li>– выбирать и реализовывать наиболее рациональный метод решения задачи;</li> <li>– решать и обосновывать задачи с параметрами;</li> <li>– решать практико-ориентированные задачи по разделам курса;</li> <li>– решать основные типы задач, предлагавшихся на ЕГЭ в разные годы;</li> <li>– разрабатывать и реализовывать проблемное обучение, осуществлять связь обучения по предмету с практикой</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– математическим аппаратом, необходимым при решении задач повышенной сложности;</li> <li>– подбором задач, организацией и методикой проведения занятий по решению задач повышенной сложности;</li> <li>– навыками решения математических задач повышенной сложности</li> <li>– методами решения математических задач, содержащих параметр;</li> <li>– методикой обучения учащихся решению задач с параметром;</li> <li>– основами методической культуры учителя математики</li> </ul>	типовые задания для выполнения контрольных работ	Результаты текущего контроля

## 2. Оценка уровня сформированности компетенций (индикаторов их достижения)

Показатели оценивания компетенций (индикаторов их достижения)	Шкала и критерии оценки уровня сформированности компетенций (индикаторов их достижения)			
	Ниже порогового «неудовлетворительно»)	Пороговый «удовлетворительно»)	Продвинутый «хорошо»)	Высокий «отлично»)
<b>Полнота знаний</b>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущены не грубые ошибки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущены некоторые погрешности.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки.
<b>Наличие умений</b>	При выполнении стандартных заданий не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Выполнены типовые задания с не грубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме (отсутствуют пояснения, неполные выводы)	Продемонстрированы все основные умения. Выполнены все основные задания с некоторыми погрешностями. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Выполнены все основные и дополнительные задания без ошибок и погрешностей. Задания выполнены в полном объеме без недочетов.
<b>Наличие навыков (владение опытом)</b>	При выполнении стандартных заданий не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для выполнения стандартных заданий с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при выполнении стандартных заданий с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Выполнены все основные и дополнительные задания без ошибок и погрешностей. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
<b>Характеристика сформированности компетенции</b>	Компетенции фактически не сформированы. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач.  ИЛИ Зачетное количество баллов не набрано согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач.  ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков достаточно для решения стандартных профессиональных задач.  ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в полной мере достаточно для решения сложных, в том числе нестандартных, профессиональных задач.  ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону

### **3. Критерии и шкала оценивания заданий текущего контроля**

#### **3.1 Критерии и шкала оценивания практических работ**

Перечень практических работ, описание порядка выполнения и защиты работы, требования к результатам работы, структуре и содержанию отчета и т.п. представлены в методических материалах по освоению дисциплины (модуля) и в электронном курсе в ЭИОС МАУ.

Оценка/баллы	Критерии оценивания
<b>Отлично</b>	Задание выполнено полностью и правильно. Отчет по практической работе подготовлен качественно в соответствии с требованиями. Полнота ответов на вопросы преподавателя при защите работы
<b>Хорошо</b>	Задание выполнено полностью, но нет достаточного обоснования или при верном решении допущена незначительная ошибка, не влияющая на правильную последовательность рассуждений. Все требования, предъявляемые к работе, выполнены
<b>Удовлетворительно</b>	Задания выполнены частично с ошибками. Демонстрирует средний уровень выполнения задания на практическую работу. Большинство требований, предъявляемых к заданию, выполнены
<b>Неудовлетворительно</b>	Задание выполнено со значительным количеством ошибок на низком уровне. Многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены. ИЛИ Задание не выполнено

#### **3.2 Критерии и шкала оценивания контрольных работ**

Перечень контрольных заданий, рекомендации по выполнению представлены в методических материалах по освоению дисциплины (модуля) и в электронном курсе в ЭИОС МАУ.

В ФОС включен типовой вариант контрольного задания.

- Найдите все значения параметра  $p$ , при каждом из которых число различных корней уравнения  $\frac{(7p+3)x+35p-2}{x+5} = p^2 + 3$  равно числу различных корней уравнения  $(p+3)x^2 + 2x(p+9) + 27 = 0$ .  
Ответ:  $\{-3; 7; 9\}$
- Найдите все ненулевые значения  $a$ , при каждом из которых наибольшее из двух чисел  $b = 2 - 2a^{-2} - 7|a|^{-1}$  и  $c = 2a^2 - 7|a| - 4$  не превосходит  $-7$ .  
Ответ:  $\left[-1; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; 1\right]$
- Найдите все значения  $a$ , большие 1, при каждом из которых наименьшее из двух чисел  $b$  и  $c$  не меньше  $-4$ , если  $b = \log_5^2 a - \log_5(25a^4) + 1$ , а  $c = 9 - \log_a(625a) - \log_a^2 5$ .  
Ответ:  $a \in [\sqrt{5}; 5] \cup [125; +\infty)$
- Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых оба числа  $2\cos a + 9$  и  $2\cos 2a + 4\cos a + 4$  являются решениями неравенства  $\frac{2 - \log_2|x-5|}{(49 + 7x - 2x^2)\sqrt{x+1}} \leq 0$ .  
Ответ:  $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$
- Найдите все значения  $a$ , для которых при каждом  $x$  из промежутка  $(-5; -2]$  значение выражения  $x^2 - 4|x|$  не равно значению выражения  $a|x| + 4$ .  
Ответ:  $a \in (-\infty; -4) \cup [0, 2; +\infty)$

<b>Оценка/баллы</b>	<b>Критерии оценивания</b>
<b>Отлично</b>	Работа выполнена полностью, без ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием непонимания материала)
<b>Хорошо</b>	Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны, допущена одна негрубая ошибка или два-три недочета, не влияющих на правильную последовательность рассуждений
<b>Удовлетворительно</b>	В работе допущено более одной грубой ошибки или более двух-трех недочетов, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме
<b>Неудовлетворительно</b>	В работе есть грубые ошибки и недочеты ИЛИ Контрольная работа не выполнена

### 3.3 Критерии и шкала оценивания домашних работ

Перечень домашних заданий, рекомендации по их выполнению представлены в электронном курсе в ЭИОС МАУ.

<b>Оценка/баллы</b>	<b>Критерии оценивания</b>
<b>Отлично</b>	Все задания работы выполнены полностью и правильно. Работа выполнена в срок, качественно в соответствии с требованиями
<b>Хорошо</b>	Выполнено полностью и правильно более 80 % заданий. ИЛИ нет достаточного обоснования приведенного решения ИЛИ при верном решении допущена незначительная ошибка
<b>Удовлетворительно</b>	Задания выполнены частично с ошибками. Демонстрирует средний уровень выполнения заданий контрольной работы.
<b>Неудовлетворительно</b>	Задание выполнено со значительным количеством ошибок на низком уровне. Выполнено менее 60 % всех заданий. ИЛИ Задание не выполнено

### **4. Критерии и шкала оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю) при проведении промежуточной аттестации**

#### Критерии и шкала оценивания результатов освоения дисциплины (модуля) с зачетом

Если обучающийся набрал зачетное количество баллов согласно установленному диапазону по дисциплине (модулю), то он считается аттестованным.

<b>Оценка</b>	<b>Баллы</b>	<b>Критерии оценивания</b>
<b>Зачтено</b>	60 - 100	Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону
<b>Незачтено</b>	менее 60	Зачетное количество согласно установленному диапазону баллов не набрано

### **5. Задания диагностической работы для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю) в рамках внутренней и внешней независимой оценки качества образования**

ФОС содержит задания для оценивания знаний, умений и навыков, демонстрирующих уровень сформированности компетенций и индикаторов их достижения в процессе освоения дисциплины (модуля).

Комплект заданий разработан таким образом, чтобы осуществить процедуру оценки каждой компетенции, формируемой дисциплиной (модулем), у обучающегося в письменной форме.

Содержание комплекта заданий включает: *расчетные задачи*.

### **Комплект заданий диагностической работы**

**ПК-1** Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач

1	<p>Решить уравнение <math>ax - 2 = 6x + a</math></p> <p>Ответ: при <math>a = 6</math> корней нет;</p> $\text{при } a \neq 6 \quad x = \frac{a+2}{a-6}$
2	<p>Решить неравенство <math>3(2a - x) &lt; ax + 1</math></p> <p>Ответ: при <math>a = -3</math> <math>x</math> – любое число;</p> $\text{при } a < -3 \quad x < \frac{6a-1}{a+3}$ $\text{при } a > -3 \quad x > \frac{6a-1}{a+3}$
3	<p>Решить уравнение <math>(m-2)^2 x - 2(m-2)(m+3) = 3(m^2 - 4)x</math>.</p> <p>Ответ: при <math>m = -4</math> корней нет;</p> $\text{при } m = 2 \quad x \in (-\infty; +\infty);$ $\text{при } m \neq 2, m \neq -4 \quad x = -\frac{m+3}{m+4}$
4	<p>Решить уравнение <math>\frac{3x-2}{a^2-2a} + \frac{x-1}{a-2} + \frac{2}{a} = 0</math></p> <p>Ответ: при <math>a = -3, a = 0, a = 2</math> корней нет;</p> $\text{при } a \neq -3, a \neq 0, a \neq 2 \quad x = \frac{6-a}{3+a}$
5	<p>Решить уравнение <math>\left(\frac{4}{5}\right)^{\sin x} + \left(\frac{5}{4}\right)^{\sin x} = 2</math>. Найти все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку <math>\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]</math>.</p> <p>Ответ: а) <math>\pi n</math>, <math>n \in \mathbb{Z}</math>; б) <math>2\pi</math>; <math>3\pi</math></p>
6	<p>Найдите все значения <math>a</math>, при которых неравенство <math>(a-1)x^2 + (a+4)x - (a+3) = 0</math> имеет два различных корня.</p> <p>Ответ: при <math>a &lt; \frac{-8-2\sqrt{11}}{5}</math> и при <math>\frac{-8+2\sqrt{11}}{5} &lt; a &lt; 1 \cup a &gt; 1</math></p>
7	<p>При каких значениях параметра <math>a</math> уравнение <math>x^2 + (2a+4)x + 8a + 1 \leq 0</math> не имеет решений.</p> <p>Ответ: <math>a \in (1; 3)</math></p>
8	<p>При каких значениях параметра <math>a</math> один корень уравнения <math>x^2 - 2(a+1)x - 2a + 1 = 0</math> отрицателен, а другой положителен.</p>

	Ответ: $a > \frac{1}{2}$
9	<p>Решить задачу и обосновать решение (методический комментарий):  У Маши есть 400 рублей. Ей нужно купить конверты (большие и маленькие). Большой конверт стоит 22 рубля, а маленький – 17 рублей. При этом число маленьких конвертов не должно отличаться от числа больших конвертов больше чем на пять.</p> <p>а) Может ли Маша купить 19 конвертов?  б) Может ли Маша купить 23 конверта?  в) Какое наибольшее число конвертов может купить Маша?</p> <p>Ответ: а) да, например, 7 больших и 12 маленьких конвертов,  б) нет,  в) 21</p>
10	<p>Найдите все значения <math>a</math>, при каждом из которых уравнение</p> $\frac{2a^2 - (x+3)a - x^2 + 3x}{x^2 - 9} = 0$ имеет ровно один корень.

Ответ: при  $a \in \{-3; 0; 1\}$